 Taller 1 Marcapasos de corazón

José Luis Bernal Quintero

Juan Pablo Fonseca

Un marcapasos de corazón consiste en un circuito RC en serie, con un interruptor, un capacitor con capacitancia C, una fuente de voltaje constante EO y el corazón actuando como resistencia R. Cuando se cierra el interruptor, en la posición P, el capacitor se carga y al abrirlo (en la posición Q) se envían los estímulos eléctricos al corazón al descargarse el capacitor. La Figura 1 muestra esta configuración.

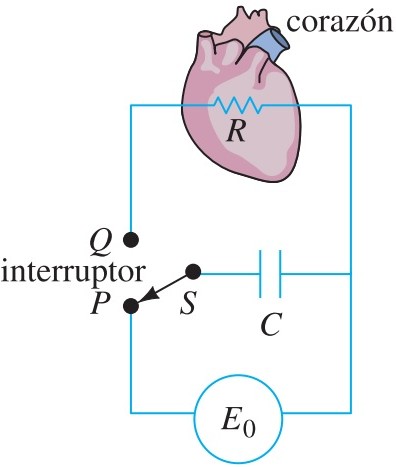


Figura 1

1. Plantee la ecuación diferencial que permita determinar el voltaje a través del corazón, cuando el interruptor se encuentra en el punto Q.

Con base a la imagen se puede apreciar que hay 2 circuitos: uno cuando el interruptor S está en la posición P, y otro cuando está en la posición Q; por ende, por leyes de kirchoff se pueden sumar los voltajes e igualarlos a cero.

1. Suponga que en el intervalo de tiempo (0, t1), el interruptor S está en la posición P y el capacitor se está cargando. En el tiempo t1, el interruptor se mueve a la posición Q y el capacitor se descarga, enviando un impulso al corazón durante t2 unidades de tiempo, esto es en el intervalo de tiempo [t1, t1 + t2). Con base en estas condiciones, determine la ecuación diferencial que permite obtener el voltaje en el corazón en los primeros t1 + t2 unidades de tiempo.

Para hallar el voltaje cuando el interruptor está en Q se debe de integrar (1):

Donde K es una constante. Reemplazado por t1 + t2 se tiene que:

1. Siguiendo el proceso de manera sucesiva, los intervalos de carga y descarga del condensador (estimulación del corazón) son de duraciones t1 y t2. Suponiendo que t1 = 4 segundos, t2 = 2 segundos, EO = 12 voltios, E (0) = 0, E (4) = 12, E (6) = 0, E (10) = 12, E (12) = 0, y así sucesivamente. Determine el voltaje en el corazón para cualquier tiempo t en los primeros 24 segundos.

Se irá armando la ecuación del voltaje paulatinamente.

Para empezar, en los intervalos en los que el interruptor está conectado a P el Voltaje en el corazón es cero, y teniendo en cuenta que los intervalos donde los intervalos donde esto no sucederá son [4, 6), [10, 12), [16, 18) y [22, 24) por lo mencionado en el enunciado del punto anterior se puede inferir que:

Escrito con notación matemática es

Ahora, para hallar armar las otras partes de la función a trozos se hallará K para cada caso reemplazando la condición dada en el enunciado, en (2):

Para

Para

Para

Para

Reemplazando cada constante en su debido lugar y aplicando la propiedad se obtiene la siguiente función a trozos V(t):

Por ende (5) es la ecuación que permite determinar el voltaje que pasa por el corazón en un tiempo t tal que

1. Busque valores reales R y C y usando un programa de cómputo, realice la gráfica de la función V(t) en los primeros 24 segundos

Gráfico, Histograma

Descripción generada automáticamente

Gráfico del voltaje en el corazón usando R = y C =

Comando Wolfram:

Histograma

Descripción generada automáticamente

Gráfico del voltaje en el corazón usando R=C= 1

Comando Wolfram:

Como se puede apreciar en ambos gráficos, el voltaje llega al corazón en los intervalos especificados, y en los otros el voltaje está en cero ya que en esos momentos se está cargando el capacitor en lugar del corazón.